

9. 在SI制下，根据CGS下类似的推导过程：

由电磁场对体积微元 $d^3\mathbf{r}$ 内的电荷做的功如下，磁场力不对带电粒子做功：

$$dW = \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r} = (\rho d^3\mathbf{r})(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}) \cdot \mathbf{v} dt = \mathbf{E} \cdot \mathbf{j} d^3\mathbf{r} dt$$

则电磁场对带电粒子做功的功率为：

$$P_{\text{tot}} = \iiint d^3\mathbf{r} \mathbf{E} \cdot \mathbf{j}$$

由SI制下Maxwell方程的材料形式， $\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{j} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}$ ：

$$P_{\text{tot}} = \iiint d^3\mathbf{r} \mathbf{E} \cdot (\nabla \times \mathbf{H} - \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}).$$

利用恒等式 $\nabla \cdot (\mathbf{E} \times \mathbf{H}) = \mathbf{H} \cdot (\nabla \times \mathbf{E}) - \mathbf{E} \cdot (\nabla \times \mathbf{H})$ ，以及Maxwell方程中的 $\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$ ，

$$P_{\text{tot}} = - \iiint d^3\mathbf{r} \left( \nabla \cdot (\mathbf{E} \times \mathbf{H}) + \mathbf{E} \cdot \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} + \mathbf{H} \cdot \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \right)$$

利用线性电磁材料中的关系， $\mathbf{D} = \epsilon \mathbf{E}$ ， $\mathbf{B} = \mu \mathbf{H}$ ，将此式进一步化简：

$$P_{\text{tot}} = - \iiint d^3\mathbf{r} \left( \nabla \cdot (\mathbf{E} \times \mathbf{H}) + \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial t} (\mathbf{E} \cdot \mathbf{D} + \mathbf{H} \cdot \mathbf{B}) \right).$$

由上式即可得出SI制下电磁场能量密度和能流密度的表达式：

$$P_{\text{tot}} = \iiint d^3\mathbf{r} \mathbf{j} \cdot \mathbf{E} = - \iiint d^3\mathbf{r} \left( \frac{\partial u}{\partial t} + \nabla \cdot \mathbf{S} \right),$$

$$u = \frac{1}{2} (\mathbf{E} \cdot \mathbf{D} + \mathbf{B} \cdot \mathbf{H}), \quad \mathbf{S} = (\mathbf{E} \times \mathbf{H}). \square$$

若形成“涡旋”电磁波，假设在一个圆柱体积元中存在，则在这个体积元的外表面上， $\mathbf{S}$ 的方向处处沿切线向外，没有流入的电磁能量，由能量守恒关系可知是无法持续存在的。

11. 由电磁波在真空中的波动方程进行推导：

$$\nabla^2 \mathbf{E} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} = 0, \quad \nabla^2 \mathbf{B} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{B}}{\partial t^2} = 0$$

是典型的平面波方程，其通解可以写为：

$$\mathbf{E} = E_0 e^{i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t)}.$$

由 $\nabla \cdot \mathbf{E} = \mathbf{j} = 0$ ，

$$\nabla \cdot (E_0 e^{i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t)}) = i\mathbf{k} \cdot E_0 e^{i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t)} = i\mathbf{k} \cdot \mathbf{E} = 0,$$

可知 $\mathbf{k}$ ,  $\mathbf{E}$ 互相垂直。同理易得：

$$\mathbf{B} = B_0 e^{i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t)},$$

$\mathbf{k}$ ,  $\mathbf{B}$ 也是互相垂直的。将 $\mathbf{E}$ ,  $\mathbf{B}$ 解的形式代入SI制真空Maxwell方程 $\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$ 整理后可得：

$$\mathbf{B} = \frac{1}{i\omega} \nabla \times \mathbf{E}.$$

必有 $\mathbf{B} \cdot \mathbf{E} = 0$ ，即 $\mathbf{B}$ ,  $\mathbf{E}$ 同样互相垂直。即 $\mathbf{k}$ ,  $\mathbf{B}$ ,  $\mathbf{E}$ 两两互相垂直。 $\square$

1. 在微波通讯领域，静电静磁学适用的条件：

在固定频率的电磁场中，绝缘的电磁材料中可写出如下形式的Maxwell方程(CGS制)

$$\nabla \times \mathbf{E} = i \frac{2\pi\nu}{c} \mathbf{B}, \quad \nabla \times \mathbf{H} = -i \frac{2\pi\nu}{c} \mathbf{D}$$

(a)当波长 $\lambda = c/\nu$ 远大于电磁场的特征变化长度(材料的尺度等量级)时，方程两个等式右边均可以忽略，即可回归静电静磁问题。

(b)同时, 如果不考虑电磁波与材料相互作用的量子效应(如核磁共振效应对射频电磁波的特征吸收、气体分子振动及转动能级对红外电磁波的特征吸收)时, 可以按准静态过程处理。

2. (?)

3. MOS电容器的优点是其电容值和介电常数几乎与偏压无关, 损耗小, 击穿电压较高, MOS电容有很大的实用价值。理想的MOS结构应该具有无回滞和偏移的C-V曲线。(?)